



arteveldehogeschool

LID VAN DE ASSOCIATIE UNIVERSITEIT GENT

Van concreet naar abstract: eerstegraadsvergelijkingen

12 december 2019

Els Coussement – Valerie Ver Gucht



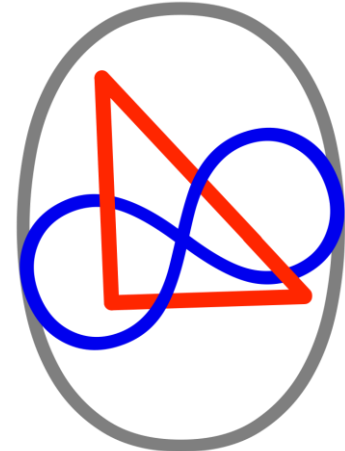
Els Coussement

- Arteveldehogeschool
Educatieve bachelor voor
secundair onderwijs
Docent wiskunde
- Bestuurslid van de VVWL
- Erasmus+ project IMAS



Valerie Ver Gucht

- Arteveldehogeschool
Educatieve bachelor voor
secundair onderwijs
Docent wiskunde
- Erasmus+ project IMAS

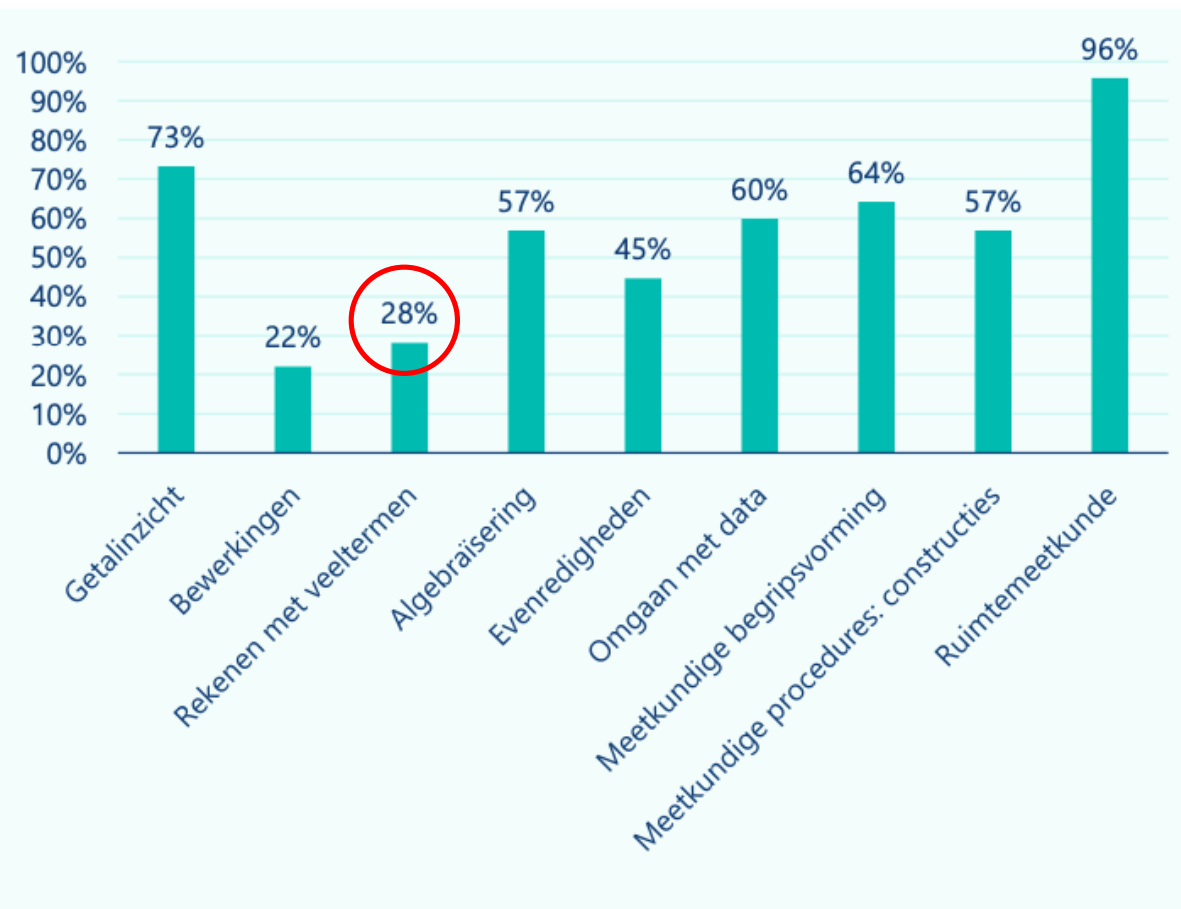


IMAS



arteveldehogeschool

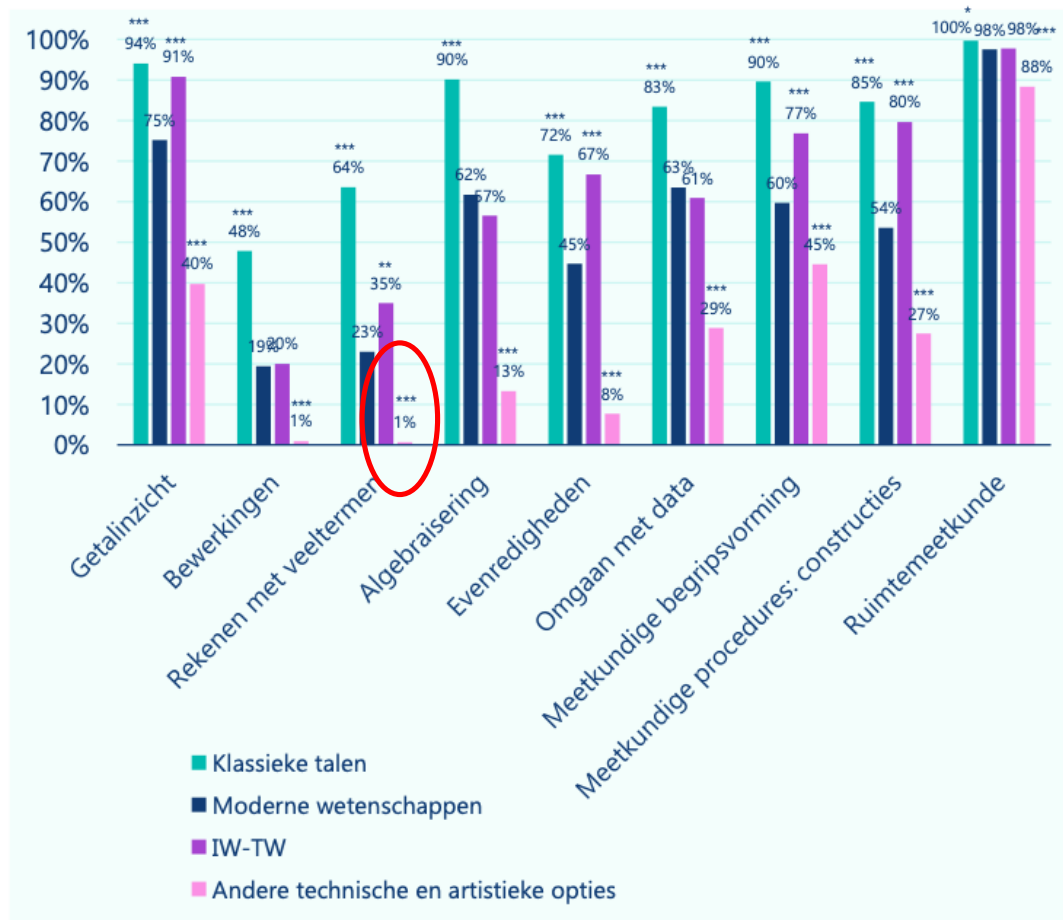
Resultaten peilingstoetsen 2018



Figuur 25 – Percentage leerlingen dat de eindtermen haalt per toets.

Steunpunt Toetsontwikkeling en Peilingen Vlaanderen. (2019). *Peiling Wiskunde eerste graad A-stroom 2018*. Opgeroepen op 25 november 2019, van Kwalificaties & Curriculum: <https://www.kwalificatiesencurriculum.be/peiling-wiskunde-eerste-graad-a-stroom-2018>

Resultaten peilingstoetsen 2018



Figuur 28 – Percentages leerlingen die de eindtermen halen per optiegroep.

Steunpunt Toetsontwikkeling en Peilingen Vlaanderen. (2019). *Peiling Wiskunde eerste graad A-stroom 2018*. Opgeroepen op 25 november 2019, van Kwalificaties & Curriculum: <https://www.kwalificatiesencurriculum.be/peiling-wiskunde-eerste-graad-a-stroom-2018>

Code: <Letter><Cijfer>



B, L, V, R, A, O 1, 2, 3, 4, ..., 9

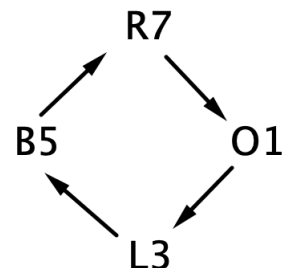
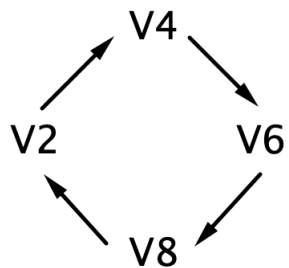
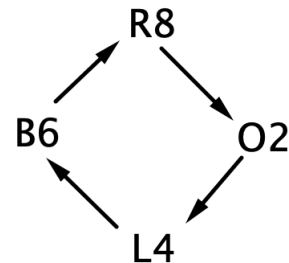
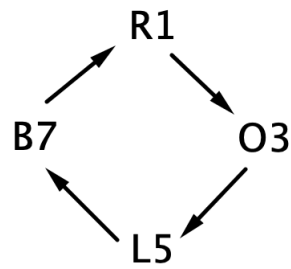
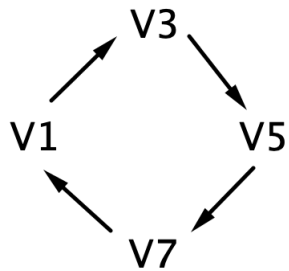
Bv: *V*5 wordt *V*7

*L*8 blijft *L*8

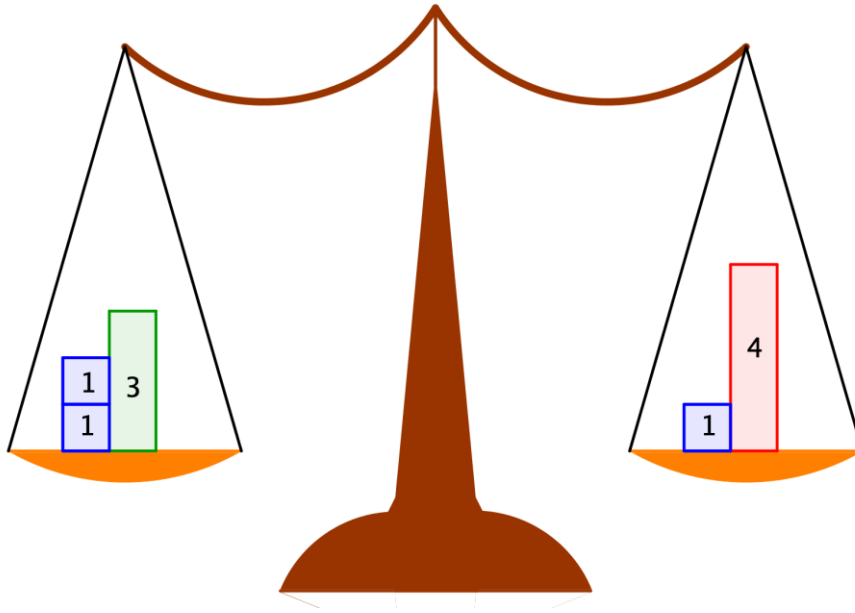
*R*8 wordt *O*2

*L*3

Transformatie:



Huidige aanpak



$$1 + 1 + 3 = 1 + 4$$

Gelijkheid op balans

1^{ste} eigenschap met balans

$x + a = b$ op balans

$x + a = b$ abstract met
1^{ste} eigenschap

$x + a = b$ abstract met
overbrengingsregel

2^{de} eigenschap met balans

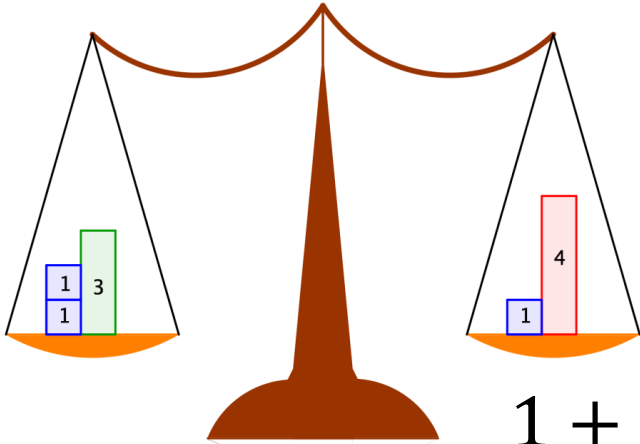
$ax = b$ op balans

$ax = b$ abstract met 2^{de}
eigenschap

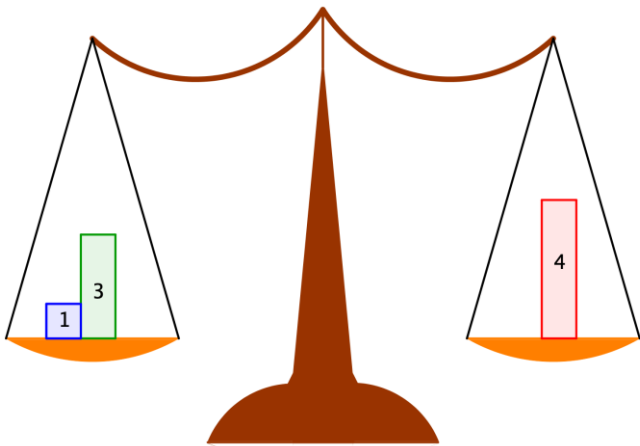
$ax = b$ abstract met
overbrengingsregel

$ax + b = c$ abstract met
overbrengingsregels

Huidige aanpak



$$1 + 1 + 3 = 1 + 4$$



$$1 + 3 = 4$$

Gelijkheid op balans

1^{ste} eigenschap met balans

$x + a = b$ op balans

$x + a = b$ abstract met
1^{ste} eigenschap

$x + a = b$ abstract met
overbrengingsregel

2^{de} eigenschap met balans

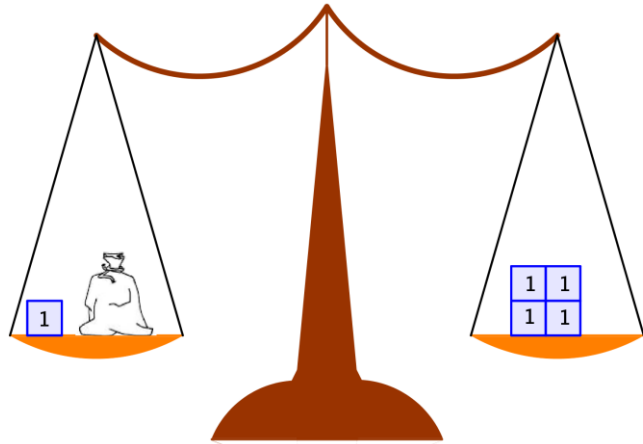
$ax = b$ op balans

$ax = b$ abstract met 2^{de}
eigenschap

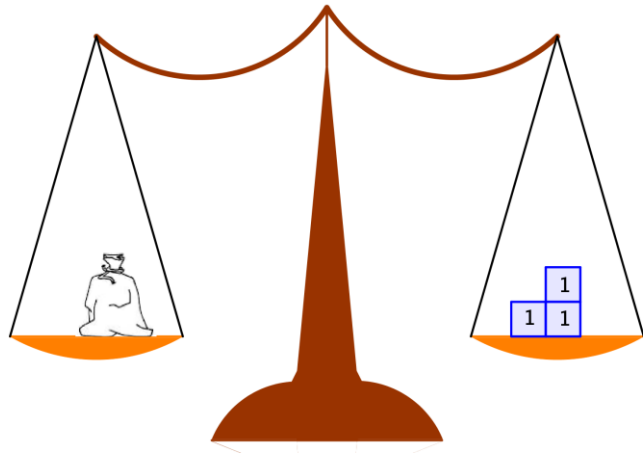
$ax = b$ abstract met
overbrengingsregel

$ax + b = c$ abstract met
overbrengingsregels

Huidige aanpak



$$x + 1 = 4$$



$$x = 3$$

Gelijkheid op balans

1^{ste} eigenschap met balans

$x + a = b$ op balans

$x + a = b$ abstract met
1^{ste} eigenschap

$x + a = b$ abstract met
overbrengingsregel

2^{de} eigenschap met balans

$ax = b$ op balans

$ax = b$ abstract met 2^{de}
eigenschap

$ax = b$ abstract met
overbrengingsregel

$ax + b = c$ abstract met
overbrengingsregels

Huidige aanpak

$$x + 5 = 7$$

$$x + 5 - 5 = 7 - 5$$

$$x = 2$$

Gelijkheid op balans

1^{ste} eigenschap met balans

$x + a = b$ op balans

$x + a = b$ abstract met
1^{ste} eigenschap

$x + a = b$ abstract met
overbrengingsregel

2^{de} eigenschap met balans

$ax = b$ op balans

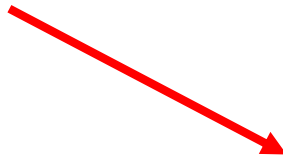
$ax = b$ abstract met 2^{de}
eigenschap

$ax = b$ abstract met
overbrengingsregel

$ax + b = c$ abstract met
overbrengingsregels

Huidige aanpak

$$x + 5 = 7$$



$$x = 7 - 5$$

$$x = 2$$

Gelijkheid op balans

1^{ste} eigenschap met balans

$x + a = b$ op balans

$x + a = b$ abstract met
1^{ste} eigenschap

$x + a = b$ abstract met
overbrengingsregel

2^{de} eigenschap met balans

$ax = b$ op balans

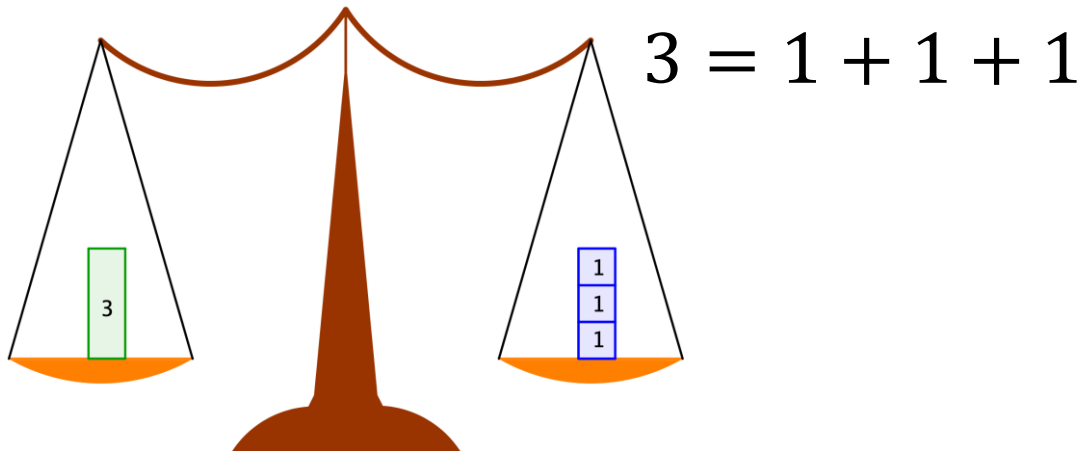
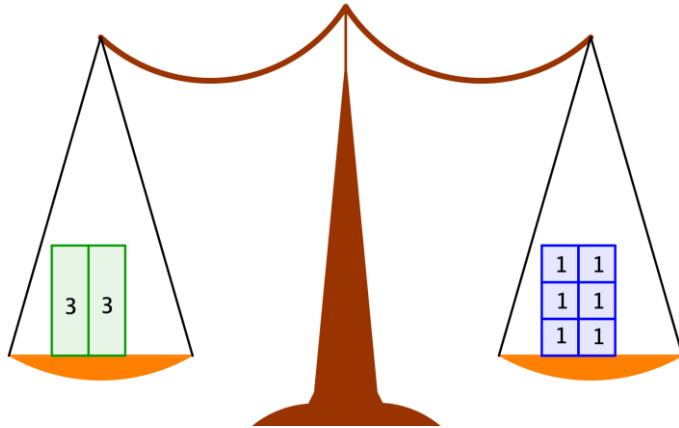
$ax = b$ abstract met 2^{de}
eigenschap

$ax = b$ abstract met
overbrengingsregel

$ax + b = c$ abstract met
overbrengingsregels

Huidige aanpak

$$3 + 3 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$



Gelijkheid op balans

1^{ste} eigenschap met balans

$x + a = b$ op balans

$x + a = b$ abstract met
1^{ste} eigenschap

$x + a = b$ abstract met
overbrengingsregel

2^{de} eigenschap met balans

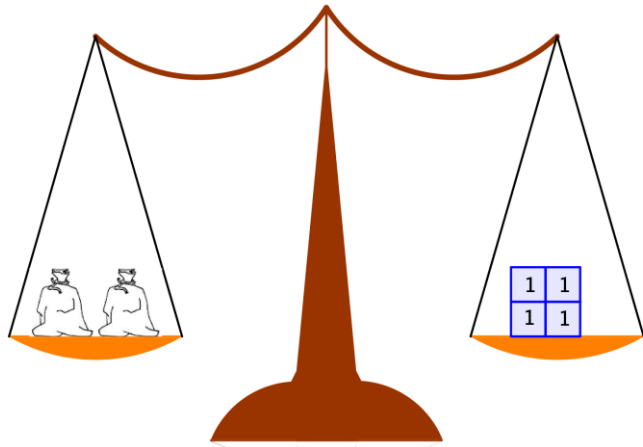
$ax = b$ op balans

$ax = b$ abstract met 2^{de}
eigenschap

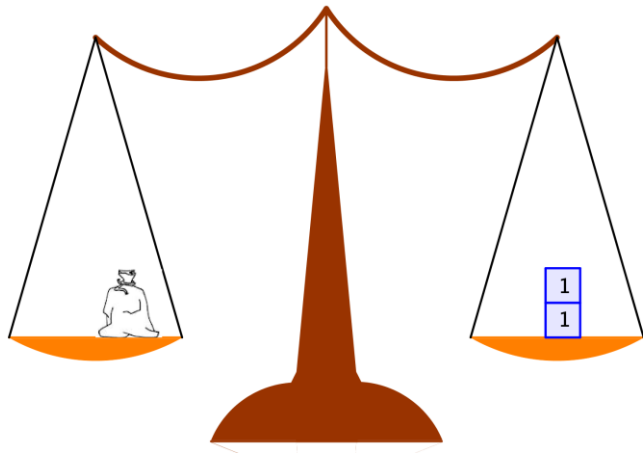
$ax = b$ abstract met
overbrengingsregel

$ax + b = c$ abstract met
overbrengingsregels

Huidige aanpak



$$2x = 4$$



$$x = 2$$

Gelijkheid op balans

1^{ste} eigenschap met balans

$x + a = b$ op balans

$x + a = b$ abstract met
1^{ste} eigenschap

$x + a = b$ abstract met
overbrengingsregel

2^{de} eigenschap met balans

$ax = b$ op balans

$ax = b$ abstract met 2^{de}
eigenschap

$ax = b$ abstract met
overbrengingsregel

$ax + b = c$ abstract met
overbrengingsregels

Huidige aanpak

$$5x = 3$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{3}{5}$$

$$x = \frac{3}{5}$$

Gelijkheid op balans

1^{ste} eigenschap met balans

$x + a = b$ op balans

$x + a = b$ abstract met
1^{ste} eigenschap

$x + a = b$ abstract met
overbrengingsregel

2^{de} eigenschap met balans

$ax = b$ op balans

$ax = b$ abstract met 2^{de}
eigenschap

$ax = b$ abstract met
overbrengingsregel

$ax + b = c$ abstract met
overbrengingsregels

Huidige aanpak

$$\begin{array}{l} 5x = 3 \\ \swarrow \\ x = 3 \cdot \frac{1}{5} \\ x = \frac{3}{5} \end{array}$$

Gelijkheid op balans

1^{ste} eigenschap met balans

$x + a = b$ op balans

$x + a = b$ abstract met
1^{ste} eigenschap

$x + a = b$ abstract met
overbrengingsregel

2^{de} eigenschap met balans

$ax = b$ op balans

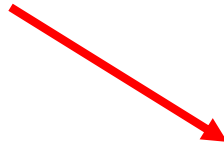
$ax = b$ abstract met 2^{de}
eigenschap

$ax = b$ abstract met
overbrengingsregel

$ax + b = c$ abstract met
overbrengingsregels

Huidige aanpak

$$2x + 5 = 4$$



$$2x = 4 - 5$$

$$2x = -1$$



$$x = -1 \cdot \frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Gelijkheid op balans

1^{ste} eigenschap met balans

$x + a = b$ op balans

$x + a = b$ abstract met
1^{ste} eigenschap

$x + a = b$ abstract met
overbrengingsregel

2^{de} eigenschap met balans

$ax = b$ op balans

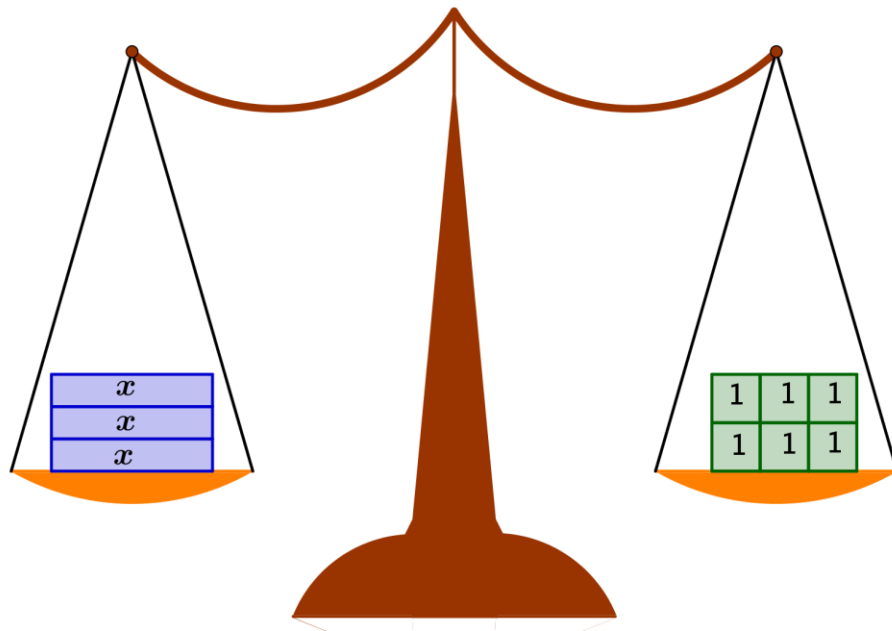
$ax = b$ abstract met 2^{de}
eigenschap

$ax = b$ abstract met
overbrengingsregel

$ax + b = c$ abstract met
overbrengingsregels

Eerstegraadsvergelijkingen

Concreet



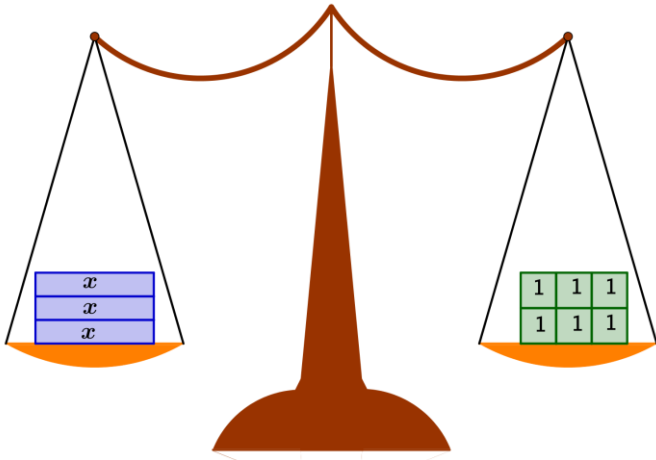
Abstract

$$3x = 6$$

Concreet model is belangrijk!

Eerstegraadsvergelijkingen

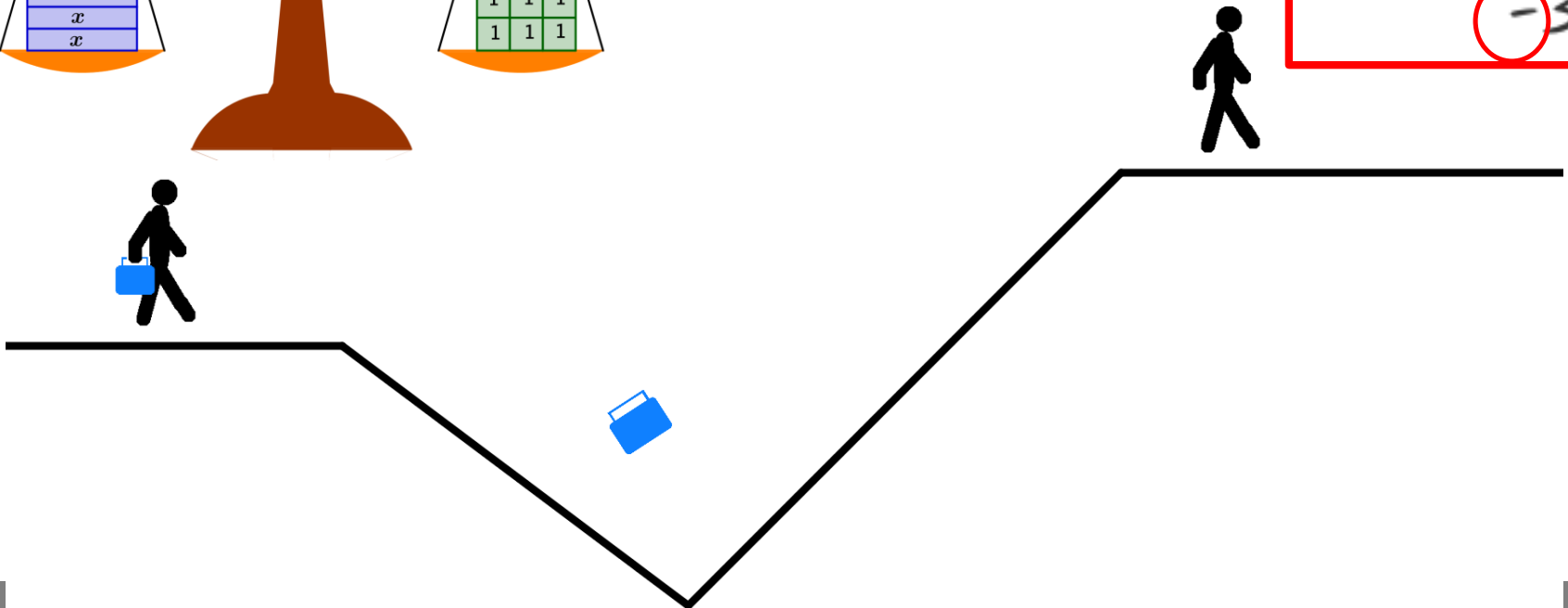
Concreet



Abstract

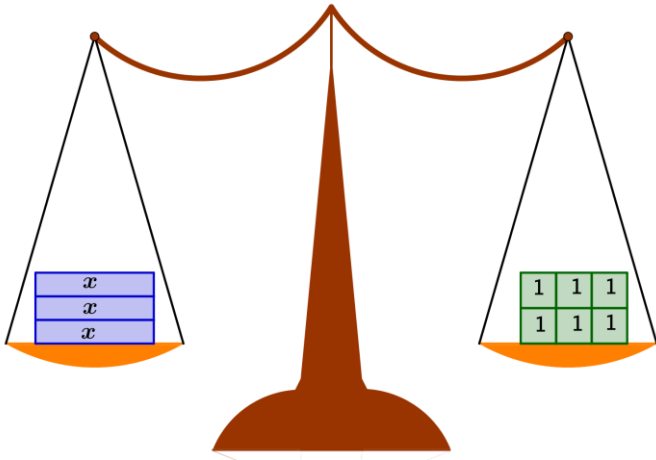
$$3x = 6$$

$$x = \frac{6}{-3}$$



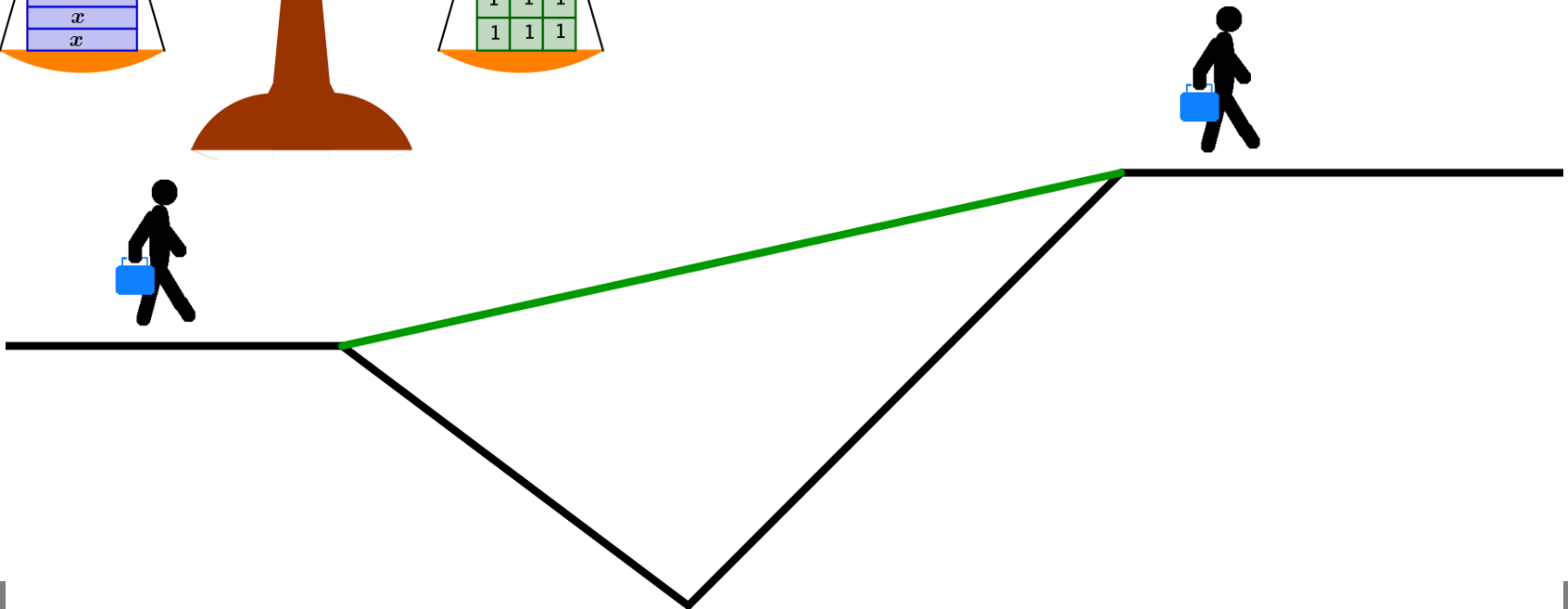
Eerstegraadsvergelijkingen

Concreet



Abstract

$$3x = 6$$



Stap voor stap van concreet naar abstract

Uitbeeldende fase

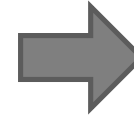
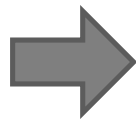
Concreet

Iconische fase

Pictoraal

Symbolische fase

Abstract



!
3 fasen
linken
volgorde



inwerktijd
toepassingen
concrete interpretatie van symbolen
concreet model is “back-up”

Concreteness fading (Bruner)

Stap voor stap van concreet naar abstract

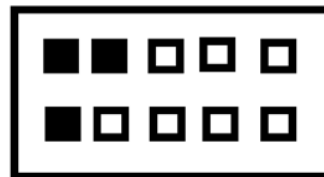
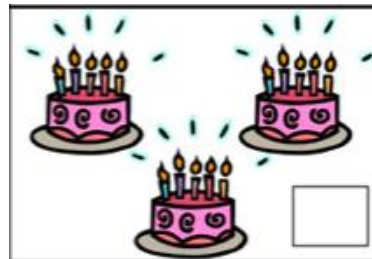
Uitbeeldende fase

Concreet



Iconische fase

Pictoraal



Symbolische fase

Abstract

3

Concreteness fading (Bruner)

Stap voor stap van concreet naar abstract

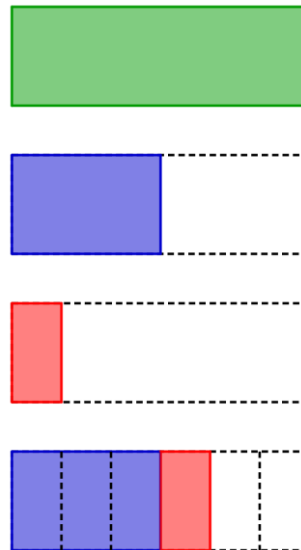
Uitbeeldende fase

Concreet



Iconische fase

Pictoraal



Symbolische fase

Abstract

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$

Concreteness fading (Bruner)

Concreet, pictoraal, abstract?

concreet

abstract

concreet

abstract

Gelijkheid op balans

1^{ste} eigenschap met balans

$x + a = b$ op balans

$x + a = b$ abstract met
1^{ste} eigenschap

$x + a = b$ abstract met
overbrengingsregel

2^{de} eigenschap met balans

$ax = b$ op balans

$ax = b$ abstract met 2^{de}
eigenschap

$ax = b$ abstract met
overbrengingsregel

$ax + b = c$ abstract met
overbrengingsregels

Eerstegraadsvergelijkingen: huidige aanpak versus theorie van Bruner

- Uitbeeldende fase tweemaal aanwezig, maar
 - Niet in elke klas → [Leerkrachten mobiliseren om balans te gebruiken.](#)
 - | | | |
|---|---|---|
| <ul style="list-style-type: none">• Enkel klassikaal• Kort | } | → Leerlingen zelf laten experimenteren. |
| | | (ICT) |
 - Geen iconische fase → [Oefeningen](#)
- Heel snel invoeren van overbrengingsregel
 - [Uitstellen of zelfs niet invoeren.](#)

Link met abstracte!

Meerdere modellen?

Oefenmateriaal: voorbeelden

- Oefening 3 (VBTL)
- Oefening 6 (LEVEL)
- Oefening 16
- Applet van MATHS^{up}: <https://www.mathsup.be>
- GeoGebra-applet 4C: <https://www.geogebra.org/m/stfyturf>
- GeoGebra-applet 7A: <https://www.geogebra.org/m/stfyturf>

Uitbeeldende of iconische fase?
Voordelen?
Nadelen?

Oefenmateriaal: voorbeelden

Uitbeeldende of iconische fase?

- Oefening 3
- Oefening 6
- Oefening 16
- Applet van MATHS^{up}
- GeoGebra-applet 4C
- GeoGebra-applet 7A

Iconische fase

Uitbeeldende fase

Let op: APPLLET $\nRightarrow$ UITBEELDENE FASE

GeoGebra applet '[Vergelijkingen oplossen: \$x + a = b\$](#) '

Oefenmateriaal: voorbeelden

Model?

- Oefening 3
- Oefening 6
- Oefening 16
- Applet van MATHS^{up}
- GeoGebra-applet 4C
- GeoGebra-applet 7A

Balans

Enkel positieve a, b, c en oplossing bij $ax + b = c$.

Bergen en putten

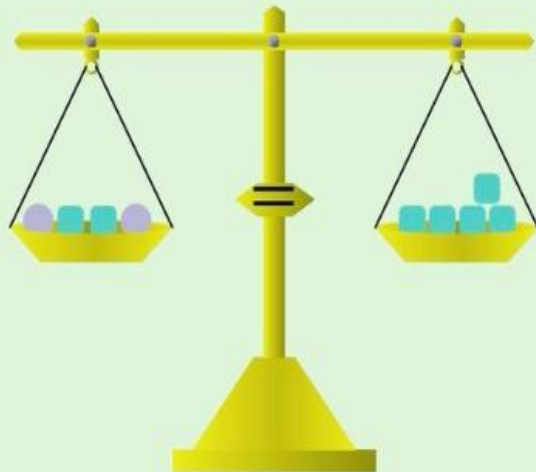
**Meer vergelijkingen visualiseerbaar.
Maar: moeilijker te begrijpen.**

Oefening 3

Voordelen? Nadelen?

7 Stel telkens de vergelijking op en los ze nadien op.

a



● = x kg

■ = 1 kg

b



● = x kg

■ = 1 kg

▲ = $\frac{1}{2}$ kg

Link met abstracte? Ja, vergelijking opstellen.

Expliciete werkwijze bij oplossen? Niet gevraagd.

Carreyn, B., Geeurickx, F., & Van Nieuwenhuyze, R. (2016). *VBTL 2 Getallenleer*. Brugge: die Keure.

Oefening 6

Voordelen? Nadelen?

Juf Elise gebruikt een balans om enkele stukken fruit te wegen. Elke balans is in evenwicht.
Hoeveel weegt elk stuk fruit?

1  De tros druiven weegt _____	3  De watermelon weegt _____
2  De tros bananen weegt _____	4  De ananas weegt _____

Link met abstracte? Niet gevraagd.

Expliciete werkwijze voor oplossen? Niet gevraagd.

Arts, M., Hex, G., De Veuster, I., Peleman, J., Vandenbussche, E., Van Tulden, D., & Moons, F. (2019). *Level 1 leerwerkboek*. Mechelen: Plantyn.

Oefening 16

Voordelen? Nadelen?

Visualisatie



Vergelijking

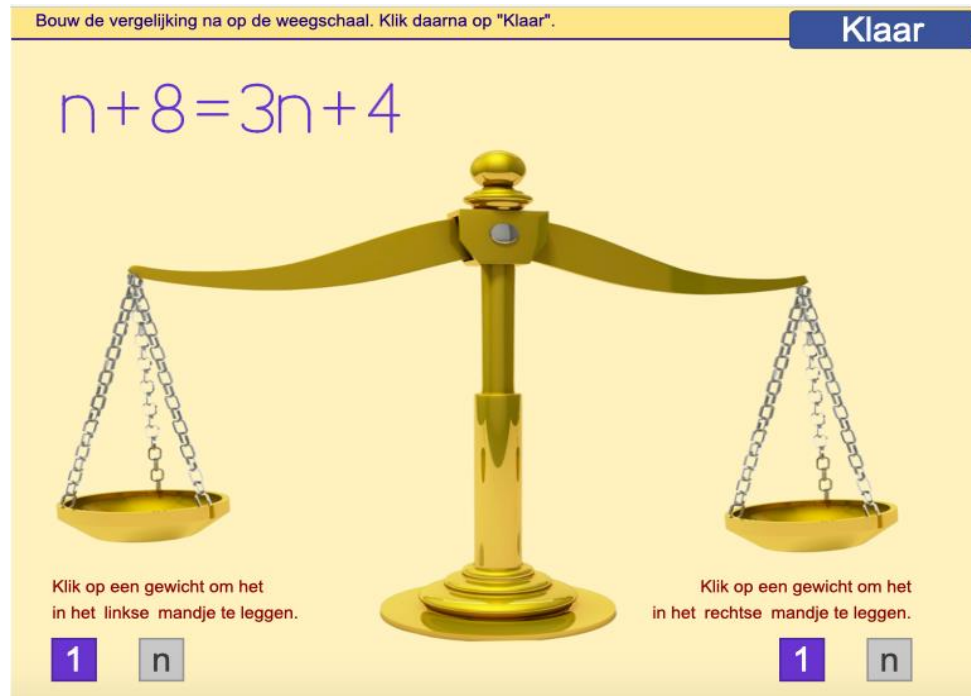
$$x + 6 = 10$$



$$x = \dots\dots\dots$$

Link met abstracte? Ja, visualisatie tekenen.

Expliciete werkwijze voor oplossen? Ja.



Verschillende letters!

**Randomgenerator
ingebouwd.**

Link met abstracte? Ja, visualisatie maken.

Expliciete werkwijze voor oplossen? Niet gevraagd.

Wel bijsturing!

Van Damme, K. (2018). *Zelf op verkenning*. Opgeroepen op 24 november 2019, van MATHSup: <https://www.mathsup.be>.

GeoGebra-applet 4C

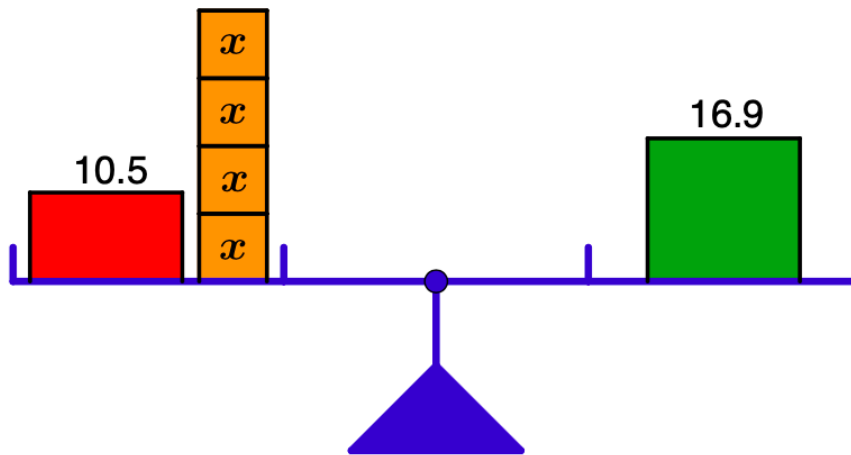
Voordelen? Nadelen?

Nieuwe oefening

Geef de vergelijking:

=

Controle



Randomgenerator
ingebouwd.

Link met abstracte? Ja, vergelijking opstellen.

Expliciete werkwijze voor oplossen? Niet gevraagd.

<https://www.geogebra.org/m/stfyturf>

GeoGebra-applet 7A

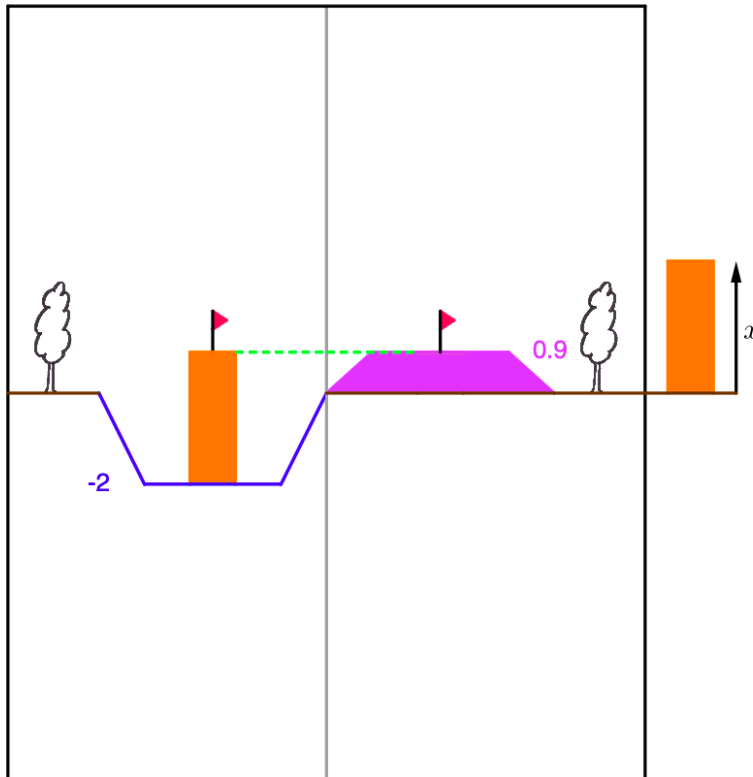
Voordelen? Nadelen?

Nieuwe oefening

Geef de vergelijking:

 =

Controle



Randomgenerator
ingebouwd.

Link met abstracte? Ja, vergelijking opstellen.

Expliciete werkwijze voor oplossen? Niet gevraagd.

<https://www.geogebra.org/m/stfyturf>

Meer materiaal ...

in bijgeleverd cursusmateriaal

- Andere GeoGebra-applets
- Oefenmateriaal uit verschillende handboeken